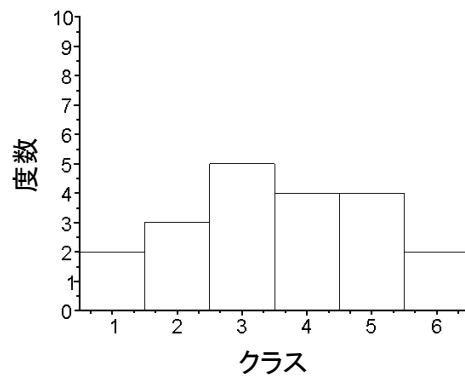


章末問題完全解答

8章 コラム 章末問題

1. 下図の通り.



2. 公正なサイコロを振って出る目の確率はいずれも同じであるから,

$$p(1) = p(2) = p(3) = p(4) = p(5) = p(6) = C \quad (C \text{ は定数})$$

である. PDF は式 (1) の性質をもつから,

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(x) dx = \sum_{x=1}^6 p(x) = 6C = 1$$

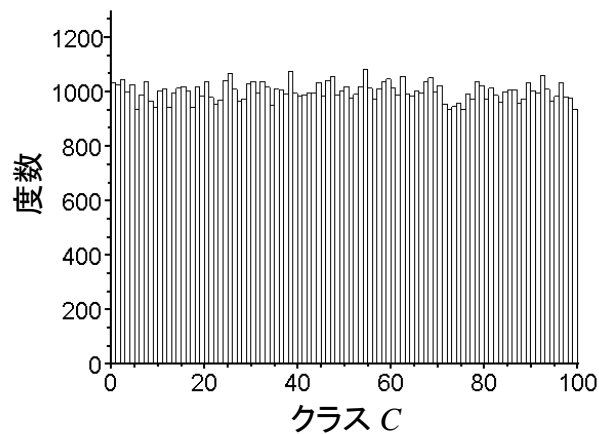
である. これより,

$$C = \frac{1}{6}$$

を得る.

3. 平均は $100/2=50$, 分散は $100^2/12 = 833.33\dots$

10 万個の実現値から得られたヒストグラムは以下の通り.



4. $\mu_1 = E[x_1]$, $\mu_2 = E[x_2]$ とすると, x_1 と x_2 の共分散は次のように書ける .

$$\begin{aligned} E[(x_1 - \mu_1)(x_2 - \mu_2)] &= E[x_1x_2] + \mu_1\mu_2 - \mu_1E[x_2] - \mu_2E[x_1] \\ &= E[x_1x_2] - \mu_1\mu_2 \end{aligned}$$

無相関の定義より上式は 0 となる . したがって ,

$$E[x_1x_2] = E[x_1]E[x_2]$$

を得る . (証明終わり)

また, $E[x_1x_2] = E[x_1]E[x_2]$ ならば常に共分散が 0 となるので, これは無相関の必要十分条件でもある .

5. x_1, x_2 が独立より, $p(x_1, x_2) = p(x_1)p(x_2)$ だから,

$$\begin{aligned} E[x_1, x_2] &= \int \int x_1x_2p(x_1, x_2)dx_1dx_2 \\ &= \int x_1p(x_1)dx_1 \int x_2p(x_2)dx_2 \\ &= E[x_1]E[x_2] \end{aligned}$$

よって, x_1, x_2 は無相関である .

6. (1) 無相関, 独立でない (2) 無相関, 独立でない
7. (1) 下図の通り



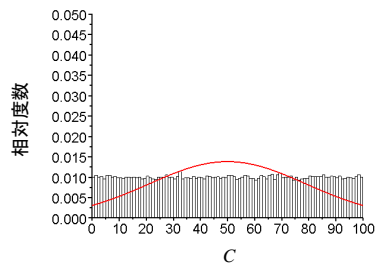
```

SciPad 7.18.1 - CentralLimit.sce
File Edit Search Execute Scheme Options Windows Help
1 N=10;
2 d=zeros(1:100000);
3 for i=1:N
4   d=d+grand(1,100000,'unf',0,100)/N; // the uniform random sample
5 end
6 clf();
7 histplot(100,d,style=1, rect=[0,0,1,0.05]);
8 mu=(100+0)/2;
9 va=( (100-0)^2/12 ) / N;
10 x=[0:0.1:100];
11 p=1/sqrt(2*%pi*va) * exp(-(x-mu)^2/(2*va));
12 a=get("current_axes");
13 a.thickness=2; //線の太さを設定
14 a.font_size=5; //軸目盛のフォントサイズ
15 plot2d(x,p,style=5);
Line: 15 Column: 21 Logical line: 15

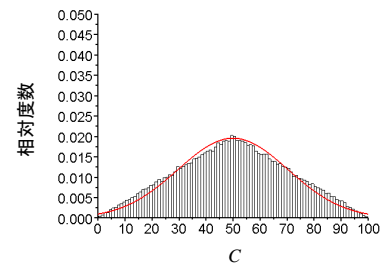
```

(3) ($n = 1$) 平均 50, 分散 $2500/3$. ($n = 2$) 平均 50, 分散 $1250/3$. ($n = 5$) 平均 50, 分散 $500/3$. ($n = 10$) 平均 50, 分散 $250/3$.

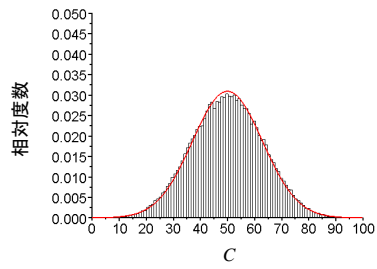
(2), (4) 下図の通り



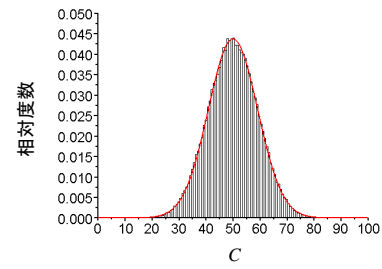
($n=1$)



($n=2$)



($n=5$)



($n=10$)