章末問題完全解答

3章 コラム 章末問題

1. ノイズ源からマイクロホンまでの伝達関数.

2. 音声とノイズが無相関であればよい.

3. μ が小さい場合，ノイズが除去されるまでの時間が長くなるが，ノイズ除去性能は高くなる．一方，μ が大きければ，ノイズが除去されるまでの時間は短くなるが，ノイズ除去性能が下がり，音質劣化が生じる．

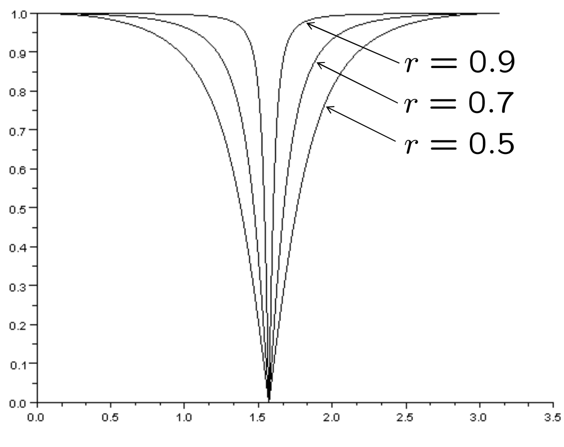
   また，μ が適切に設定されているとき，$N_a > N_u$ ならノイズ除去可能．$N_a < N_u$ ならノイズは小さくなるが一部のノイズは除去できない.

4. $h_m(n)$ に対する $e^2(n)$ の勾配と逆符号の方向に更新すればよい．つまり，$\partial e^2(n)/\partial h_m(n)$ と逆符号の方向.

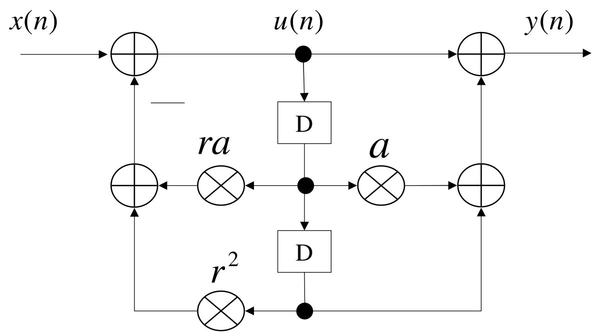
5. ある周波数に対する応答が 0 で，その他の周波数に対する応答がほぼ 1 となる特性を維持する.

6. r を変更すると，除去帯域幅が広くなり，収束後の出力パワーが小さくなる．また，μ を大きくするにつれ，係数の収束が速くなるが，限度を超えると出力が発散する.

7. 下図の通り.



8. 下図の通り.



ただし，$a = -2r\cos(\omega_N)$ としている．

9. FFT，あるいは DFT．

10. 窓関数．

11. 振幅スペクトル．

12. ミュージカルノイズ

13. N は音声が定常とみなせる 30ms 前後に選択すると最もノイズ除去性能が良いことがわかる．また，L を大きくするほどノイズスペクトルの推定値が，雑音の平均的なスペクトルに近づく．

14. Decision Directed 法において，β を 0 に近づけると現在のフレームから推定される音声スペクトルを重視した結果が得られ，β を 1 に近づけると 1 フレーム前の音声スペクトルを重視した結果が得られる．しかし，現在の音声スペクトルは，Decision Directed 法の結果から改めて計算されるので，一般的には 1 フレーム前の結果を重視し，β を 1 に近い値に設定することが多い．

15. 式 (18) に式 (16) と (17) を代入すると，

$$\varepsilon = -\ln\left\{2\pi(\sigma_s^2 + \sigma_s^2)\right\} - \left(\frac{|X-S|^2}{\sigma_d^2} + \frac{|S|^2}{\sigma_s^2}\right) \tag{1}$$

を得る．ここで，$S = |S|e^{j\angle S}$, $X = |X|e^{j\angle X}$ と表現すると，

$$\begin{aligned} |X-S|^2 &= (X-S)(X-S)^* \\ &= |X|^2 + |S|^2 - 2|SX|\cos(\angle S - \angle X) \end{aligned} \tag{2}$$

と書ける．したがって，ε を $\angle S$ で微分すると，

$$\begin{aligned} \frac{\partial\varepsilon}{\partial\angle S} &= -\frac{1}{\sigma_d^2}\frac{\partial|X-S|^2}{\partial\angle S} \\ &= -\frac{1}{\sigma_d^2}\sin\left(\angle S - \angle X\right) \end{aligned} \tag{3}$$

となる．これを 0 とおいて $\angle S$ について解くと，$\angle S$ の最適値 $\angle\hat{S}$ として

$$\angle\hat{S} = \angle X$$

が得られる．同様に，$|S|$ についても

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial|S|} = -\frac{2|S| - 2|X|\cos(\angle S - \angle X)}{\sigma_d^2} - \frac{2|S|}{\sigma_s^2} = 0$$

を解く．上式で，$\angle S = \angle X$ とすれば最適値 $|\hat{S}|$ が次のように得られる．

$$|\hat{S}| = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_d^2}|X|$$

結局，$|\hat{S}|e^{j\angle\hat{S}} = GX$ より，ウィーナーフィルタのスペクトルゲインとして，

$$G_{\mathrm{Wiener}} = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_d^2}$$

を得る．

16. ノイズ・スペクトルの実部，虚部をそれぞれ D_{Re}, D_{Im} とし，それぞれ半分ずつの分散をもつとする．このとき，それぞれの PDF を $p(D_{Re})$, $p(D_{Im})$ とすると，

$$p(D_{Re}) = \frac{1}{\sqrt{\pi\sigma_d^2}}\exp\left(-\frac{|D_{Re}|^2}{\sigma_d^2}\right)$$
$$p(D_{Im}) = \frac{1}{\sqrt{\pi\sigma_d^2}}\exp\left(-\frac{|D_{Im}|^2}{\sigma_d^2}\right)$$

となる．ノイズ全体の PDF は，$p(D) = p(D_{Re})p(D_{Im})$ なので，

$$p(D) = \frac{1}{\sqrt{\pi\sigma_d^2}}\exp\left(-\frac{|D_{Re}|^2 + |D_{Im}|^2}{\sigma_d^2}\right)$$

ここで $X = D + S$ より，$|D_{Re}|^2 + |D_{Im}|^2 = |D|^2 = |X - S|^2$ であり，$p(D) = p(X|S)$ であるから結局，式 (32)

$$p(X|S) = \frac{1}{\pi\sigma_d^2}\exp\left(-\frac{|X - S|^2}{\sigma_d^2}\right)$$

を得る．

17. 音声の振幅と位相が独立であると仮定すると $p(S) = p(\angle S)p(|S|)$ である．これを式 (31), (33) で表現し，ノイズの PDF(32) とともに式 (18) に代入すると

次式を得る．

$$
\begin{aligned}
\varepsilon &= -\ln\left(\pi^2\sigma_s^2\sigma_d^2\right) + \ln|S| - \frac{|S|^2}{\sigma_s^2} - \frac{|X-S|^2}{\sigma_d} \\
&= -\ln\left(\pi^2\sigma_s^2\sigma_d^2\right) + \ln|S| - \frac{|S|^2}{\sigma_s^2} - \frac{|X|^2+|S|^2-XS^*-X^*S}{\sigma_d} \\
&= \ln|S| - \frac{|S|^2}{\sigma_s^2} - \frac{|S|^2-|XS|e^{(\angle X-\angle S)}-|XS|e^{-(\angle X-\angle S)}}{\sigma_d} + C
\end{aligned}
$$

ここで，

$$
C = -\ln\left(\pi^2\sigma_s^2\sigma_d^2\right) - \frac{|X|^2}{\sigma_d}
$$

である．よって，

$$
\frac{\partial\varepsilon}{\partial\angle S} = -\frac{1}{\sigma_d^2}\sin(\angle S-\angle X) = 0
$$

より，$\angle S = \angle X$ を得る．次に，

$$
\frac{\partial\varepsilon}{\partial|S|} = \frac{1}{|S|} - 2\left(\frac{1}{\sigma_s^2}+\frac{1}{\sigma_d^2}\right)|S| + \frac{2|X|}{\sigma_d^2}\cos(\angle X-\angle S) = 0
$$

より，$\angle S = \angle X$ を代入して整理すると，

$$
2\left(\frac{\sigma_s^2+\sigma_d^2}{\sigma_s^2\sigma_d^2}\right)|S|^2 - 2\frac{|X|}{\sigma_d^2}|S| - 1 = 0
$$

を得る．上式はさらに次のように変形できる．

$$
2(1+\xi)|S|^2 - 2\xi|X||S| - \xi\sigma_d^2 = 0 \tag{4}
$$

$|S| \geq 0$ より，

$$
|S| = \frac{\xi|X| + \sqrt{\xi^2|X|^2 + 2(1+\xi)\xi\sigma_d^2}}{2(1+\xi)}
$$

となる．これを $|X|$ でくくれば式 (34) を得る．

18. 音声の振幅と位相が独立であると仮定すると $p(S) = p(\angle S)p(|S|)$ である．これを式 (31), (33) で表現し，ノイズの PDF(32) とともに式 (18) に代入すると，

$$
\varepsilon = -\frac{|X-S|^2}{\sigma_d^2} - \mu\frac{|S|}{\sigma_s} + \nu\ln|S| + C
$$

を得る．ただし，

$$
C = \ln\left(\frac{1}{\pi\sigma_d^2}\cdot\frac{\mu^{\nu+1}}{\Gamma(\nu+1)\sigma_s^{\nu+1}}\cdot\frac{1}{2\pi}\right)
$$

である．よって，

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial\angle S} = -\frac{1}{\sigma_d^2}\sin(\angle S - \angle X) = 0$$

より，$\angle S = \angle X$ を得る．次に，

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial|S|} = -\frac{1}{\sigma_d^2}\{2|S| - 2|X|\cos(\angle S - \angle X)\} - \frac{\mu}{\sigma_S} + \frac{\nu}{|S|} = 0$$

として $\angle S = \angle X$ を代入すると，

$$-\frac{2|S|}{\sigma_d^2} + \frac{\nu}{|S|} + \left(\frac{2|X|}{\sigma_d^2} - \frac{\mu}{\sigma_S}\right) = 0$$

を得る．両辺に $-|S|\sigma_d^2/2$ をかければ，

$$|S|^2 - \left(|X| - \frac{\mu}{2}\frac{\sigma_d^2}{\sigma_S}\right)|S| - \frac{\nu}{2}\sigma_d^2 = 0 \tag{5}$$

を得る．ここで，式 (38) で定義される u を用いると，

$$\left(|X| - \frac{\mu}{2}\frac{\sigma_d^2}{\sigma_S}\right) = 2u|X|$$

であるから，

$$|S|^2 - 2u|S||X| - \frac{\nu}{2}\sigma_d^2 = 0$$

の表現を得る．$|S| > 0$ であるから，

$$|S| = \left(u + \sqrt{u^2 + \frac{\nu}{2\gamma}}\right)|X|$$

となり結果として

$$G_{\mathrm{L.MAP}} = u + \sqrt{u^2 + \frac{\nu}{2\gamma}}$$

を得る．